E.N.S.I. P
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

DURÉE : 2 heures

1° *Il est recommandé aux candidats :*

a. *De suivre l'ordre de l'énoncé, en respectant les notations et le numérotage des questions.*

b. *De présenter avec soin et netteté les calculs, et plus encore les résultats.*

2° *On ne demande aucune limitation des erreurs commises.*

Dans un espace euclidien de dimension 3 rapporté à un repère orthonormé, on considère l'endomorphisme explicité par la matrice :

$$M = \begin{pmatrix} 11+4\sqrt{3} & 6+6\sqrt{3} & -9-3\sqrt{3} \\ 30-2\sqrt{3} & -4+16\sqrt{3} & -30+2\sqrt{3} \\ 8+23\sqrt{3} & 36+4\sqrt{3} & -6-22\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

1° Former son équation caractéristique (E). On écrira cette équation en exprimant les coefficients *de manière exacte* à l'aide du symbole $\sqrt{3}$.

2° En déduire que (E) peut s'écrire de manière approchée :

$$\lambda^3 + 2{,}464\,\lambda^2 - 28{,}196\,\lambda + 18{,}928 = 0$$

3° Montrer, par de simples substitutions, que (E) admet trois racines réelles $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$, dont on donnera les valeurs entières approchées. En déduire des encadrements plus précis, en appliquant pour chaque racine une fois la méthode des parties proportionnelles.

4° En déduire des valeurs approchées des composantes des vecteurs propres V_1, V_2, V_3 correspondant à ces trois valeurs propres (pour chacun d'eux on prendra 1 pour valeur de la troisième composante).

5° L'un des vecteurs propres ainsi obtenu a des composantes dont les valeurs approchées sont voisines de $x = 1$, $y = 0$, $z = 1$. Vérifier, en se reportant à l'expression initiale de M, que le vecteur (1 , 0 , 1) est effectivement un vecteur propre, pour une valeur propre dont on donnera l'expression *exacte*. Pourrait-on utiliser cette valeur pour retrouver certains des résultats précédents?

6° Calculer l'angle que font les vecteurs V_1 et V_3 (on exprimera la valeur de cet angle en *grades*). Calculer également le volume du parallélépipède construit sur les trois vecteurs V_1, V_2, V_3.

CONCOURS A

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES ARTS ET METIERS
MATHÉMATIQUES

(2e épreuve)

DURÉE : 3 heures. — COEFFICIENT : 3

Matériel à prévoir : Matériel usuel de dessin.

N.B. — *Les candidats sont invités à écrire lisiblement et à respecter les notations de l'énoncé.*

Les qualités de concision et de clarté seront particulièrement appréciées.

Les deux parties du problème sont indépendantes.

I

1° a étant un réel > 0 on considère la suite (u_n), $u_n = \frac{a^n}{n!}$; $(0! = 1)$.

Montrer que cette suite est décroissante dès que $n > a$.

Montrer qu'elle est convergente et de limite 0.

2° Pour tout réel t et tout entier $n \geq 0$ on pose :

$$s_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{t^k}{k!} \qquad \text{(avec, toujours, } 0! = 1\text{)}.$$

En appliquant à la fonction exponentielle : $u \mapsto e^u$, la formule de Taylor d'ordre n entre 0 et t, déterminer un majorant de

$$\left| e^t - s_n(t) \right|$$

à l'aide de n et de t.

Que peut-on en conclure pour chaque suite $(s_n(t))$?

3° Soient les matrices carrées d'ordre 3 :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} , \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} , \quad N = A - I .$$

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail